

マクロ経済学 II (上級マクロ経済学後期) 宿題第 9 回

レポートの第 1 枚目上部に専攻・学年・学籍番号・氏名を記入してください。問題に訂正・補足等があるときは、経済学研究科の web の掲示板 (大学院生の部屋) で告知します。

問題 1. 生産・資本蓄積・不確実性がある経済において、以下の central planner problem (CPP) を考える。今期の資本ストック、前期の TFP、今期の TFP 成長率、今期の消費、今期の労働供給を K, A, s, C, N とするとき、消費者の効用関数は

$$\frac{C^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \log(1 - N), \quad (1)$$

資本蓄積式は

$$K' + C = AsK^\alpha N^{1-\alpha} + (1 - \delta)K. \quad (2)$$

ただし、 $\gamma > 0$ は消費者のリスク回避度、 $\alpha \in (0, 1)$ は資本のシェア、 $\delta \in (0, 1)$ は資本減耗率。 s は各期 2 通りの値 s_h, s_l の値を取り得る。遷移確率は、Transition Matrix

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{hh} & p_{hl} \\ p_{lh} & p_{ll} \end{bmatrix} \quad (3)$$

で表せる。また K' は次期の K の値を示す (他の変数も同様)。Aggregate state vector を $\mathbf{X} \equiv [K, A, s]$ としたとき、以下に従って optimal policy function $C = C^*(\mathbf{X})$, $N = N^*(\mathbf{X})$, $K' = K^*(\mathbf{X})$ を求める方法を考えよう。

1. 毎期の消費および労働供給が optimal policy に従うとき、state vector \mathbf{X} の確率過程は Markov process となることを示せ。 \mathbf{X} の遷移確率 $\Pi(\mathbf{X}'|\mathbf{X})$ を定義せよ。
2. Bellman equation を作成し、optimal policy $C^*(\mathbf{X})$, $N^*(\mathbf{X})$ が満たすべき一階条件を導け。(練習のため、公式に代入するのではなく Bellman equation から自分で導くこと。以下同様)
3. 上記の f.o.c. と、Benveniste-Scheinkman condition を用いて $C^*(\mathbf{X})$, $N^*(\mathbf{X})$, $K^*(\mathbf{X})$ のみを未知数として持つ 3 本の連立方程式を導け。

(次ページへ続く)

問題 2. 問題 1 と同じ経済において、市場均衡を考えよう。各期の財価格を 1 に正規化するとき、Aggregate state vector が \mathbf{X} という値を取った場合の賃金を $w(\mathbf{X})$, 資本のレンタル価格を $r(\mathbf{X})$, Arrow security の価格を $Q(\mathbf{X}'|\mathbf{X})$ とする。

1. 消費者がプライステイカーとして振る舞ったとき、彼らは X の遷移確率 $\hat{\Pi}(\mathbf{X}'|\mathbf{X})$ を所与としてとして行動することになる。その理由を説明せよ。
2. 消費者の Bellman equation を作成し、より optimal policy $n^*(a, \mathbf{X})$, $a^*(a, \mathbf{X}; \mathbf{X}')$ が満たすべき一階条件を導け。
3. 上記の f.o.c. と、予算制約式と、Benveniste-Scheinkman condition を用いて $c^*(a, \mathbf{X})$, $n^*(a, \mathbf{X})$, $a^*(a, \mathbf{X}; \mathbf{X}')$ のみを未知数として持つ 3 本の連立方程式を導け。
4. 生産企業の利潤最大化条件を導け
5. リース会社の利潤最大化・参入条件を導け
6. Recursive competitive equilibrium で満たされるべき条件を列挙せよ
7. RCE での資源配分は均衡経路上 (on-path) において問題 1 で考えた SPP の資源配分と一致することを確認せよ。