

マクロ経済学 II (上級マクロ経済学後期) 宿題第 2 回

レポートの第 1 枚目上部に専攻・学年・学籍番号・氏名を記入してください。電卓を使用しても良いが、主要な導出過程を明記すること。解が小数となる場合は、小数第 4 位までの解答でよい(小数第 5 位を四捨五入すること)

問題 1. 以下の確率過程は一見 Markov property を満たしていないが、うまく state 変数を定義すればマルコフ過程であることがわかる。以下の確率過程をテキスト (2.4.3a), (2.4.3b) で定義される linear state-space system となるよう書き直せ。但し、 a, b, c, d, e は定数、 z_t はスカラー確率変数、 w_t 標準正規分布に従う無相関のスカラー確率変数とする。

1. $z_{t+1} = a + bz_{t-3} + cw_{t+1}$.
2. $z_{t+1} = a + bz_t + cz_{t-1} + dw_{t+1} + ew_t$.

問題 2. 確率線形差分方程式 (SLDE) が

$$\begin{bmatrix} z_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/4 \\ -1/2 & 3/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_t \\ u_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} w_{t+1} \quad (1)$$

で与えられるマルコフ過程を考える。但し、 w_t はテキスト 40 ページの Assumption A3 を満たす確率変数とする。

1. 初期 state が $z_0 = 1, u_0 = 2$ で与えられるとき、 $t = 2$ における状態変数 $[z_2, u_2]'$ の平均および共分散行列を求めよ
2. 定常状態 (covariance stationary) での平均および共分散行列を求めよ。
3. この確率過程が定常状態にあるとき、現在の状態変数 $[z_t, u_t]'$ と 1 期後の変数 $[z_{t+1}, u_{t+1}]'$ と間の共分散を求めよ

問題 3. 確率線形差分方程式 (SLDE) が

$$\begin{bmatrix} 1 \\ z_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 7/4 & 0 & 1/4 \\ 11/4 & -1/2 & 3/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z_t \\ u_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} w_{t+1} \quad (2)$$

で与えられるとき、問題 2 と同様の問 1., 2., 3. に答えよ