

## コアコースマクロ 前期試験

上級マクロ経済学・マクロ経済学Ⅰ・経済学特殊講義(マクロ経済学Ⅰ)・  
マクロ経済学特殊研究・経済学特殊研究(マクロ経済学Ⅰ)共通問題

2002年9月13日(金) 16:20~18:20

- まず解答用紙に登録科目名・専攻・学年・学籍番号・氏名を記入してください。
- 答案作成時は結果のみでなく導出過程・根拠を示してください。
- 最終結果が出ない場合でも途中経過を記入してください。部分点を与える可能性があります。
- 問題は3題あり、それぞれに多数の小問があります。時間配分に注意して出来るだけ多くの問に解答してください。

問題 1 ( 20 点 )

ある天然資源を一定期間採掘する権利を持つ企業を考える。時間は連続的に変化するものとして、 $y(t) \geq 0$  を残存埋蔵量、 $x(t)$  を採掘量 (= 販売量)、 $Y_0$  を初期時点  $t = 0$  における埋蔵量、 $T$  を資源を採掘できる最終期限としよう。また、この資源の価格は販売量によって変化し、

$$p(t) = \frac{1 - e^{-Kx(t)}}{x(t)} \quad (K \text{ は正の定数}) \quad (1)$$

という需要関数で表されるとする。利子率が一定値  $r$  を取るものとして、利潤の割引現在価値を最大化する問題を考える。(但し、簡単のため  $x(t)$  が負となる可能性については考えなくて良いものとする)

問 1 この企業の利潤最大化問題を定式化せよ。

問 2 Current Value Hamiltonian を用いて最適解の一階条件および横断性条件を求めよ。

問 3  $x(t), y(t)$  の最適経路を analytical に求めよ。

問題2 (40点)

次のような設定で資本減耗を考慮した Ramsey Problem を考える。資本量、労働投入量がそれぞれ  $K_t, N_t$  のとき、 $K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$  の財が生産されるとする。但し、資本が  $\delta$  の率で減耗するため、財の需給式は

$$K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} - \delta K_t = C_t + \dot{K}_t \quad (2)$$

と表される。但し、 $C_t$  は経済全体での消費量。人口は一定率  $n$  で増加するものとする。

- 問1 一人あたりの資本蓄積式を導け。但し、 $k_t, c_t$  を一人あたりの資本量、消費量とせよ。  
問2 代表的消費者の時間選好率を  $\theta > 0$ 、瞬時的効用 (felicity function) が

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (\text{但し、}\gamma \text{ は正の定数}) \quad (3)$$

で表されるとし、さらに初期時点  $t = 0$  における資本量  $K_0$  が与えられたとき Command Optimum を求める最大化問題を定式化せよ。

- 問3 上記の最大化問題から Keynes-Ramsey Rule を導け。  
問4 位相図を導出し、定常状態をすべて求めよ。  
問5 最適解において、経済はどのような経路をたどるか根拠を示して説明せよ。  
問6 定常状態のうち、消費が正であるものを  $(k^*, c^*)$  と表すことにしよう。このとき、 $k_t, c_t$  の動学を  $(k^*, c^*)$  の周りで線形化せよ。ただし、 $\hat{k}_t = k_t - k^*, \hat{c}_t = c_t - c^*$  を用いてよい。  
問7 固有値を用いて定常状態  $(k^*, c^*)$  の安定性を調べよ。  
問8 一人あたりの初期資本量が  $k^*$  に充分近いと仮定する。このとき線形化された動学を用いて  $k_t, c_t$  の最適経路を analytical に求めよ。但し、2つの固有値に対応する固有ベクトルを  $(v_1, w_1), (v_2, w_2)$  と置いてよい (計算しなくとも良い)。

問題3 (40点)

次のような設定で Diamond Model を考える。各個人は2期間生き、各世代の人口は  $n$  の率で成長する。任意の  $t$  期に生まれた個人の効用は

$$u(c_{1,t}, c_{2,t+1}) = \frac{c_{1,t}^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \frac{1}{1+\theta} \frac{c_{2,t+1}^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (4)$$

で表される。ここで  $c_{1,t}, c_{2,t+1}$  はそれぞれ若年期・老年期における消費量である。個人は若年期のみに1単位の労働を非弾力的に提供する。(ネットの)生産関数は資本量、労働投入量がそれぞれ  $K_t, N_t$  のとき

$$Y_t = K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} - K_t \quad (5)$$

と表されるとする。また、各期の賃金・利率をそれぞれ  $w_t, r_t$  と表す。

- 問1 賃金・利率が与えられたとき、各世代の個人の貯蓄量を求めよ。  
 問2 利率の変化に対して貯蓄がどのように変化するか調べよ。また、この結果を所得効果・代替効果によって説明せよ。  
 問3 各期における一人あたり資本量を  $k_t$  で表すとき、労働市場・資本市場における均衡賃金・均衡利率を求めよ。  
 問4 以上の結果を用いて、saving locus を表す式 ( $k_t$  と  $k_{t+1}$  の関係式) を求めよ。  
 問5 以下の問では、 $\alpha = \gamma = 1/2$  としてよい。このとき、 $k_t > 0$  の範囲で saving locus が45度線と1回だけ交わることを示せ。  
 問6 定常状態を求めよ。また、初期資本量を所与としたとき、その後の  $k_t$  の動きを図を使って説明せよ。  
 問7 以下、さらに  $n = \theta = 0$  とする。このとき、定常状態において動学的非効率性 (dynamically inefficiency) が発生しているかどうか調べよ。また、動学的非効率性の意味について説明せよ。  
 問8 各世代の個人の効用関数が

$$V_t = u(c_{1,t}, c_{2,t+1}) + \frac{1}{1+R} V_{t+1} \quad (6)$$

と変更されたとしよう。これは個人の持つどのような性質を反映しているか、定数  $R$  は何を意味するか説明せよ。また、上記の設定で遺産を残すことが可能になった場合、定常状態において正の遺産が発生する条件を示せ。