

マクロ経済学 II (上級マクロ経済学後期) 冬期休暇宿題

レポートの第 1 枚目上部に専攻・学年・学籍番号・氏名を記入してください。電卓を使用しても良いが、主要な導出過程を明記すること。解が小数となる場合は、有効数字 3 桁でよい (その次の桁を四捨五入すること) 問題に訂正・補足等があるときは、経済学研究科の web の掲示板 (大学院生の部屋) で告知します。

問題 1. 人口 1 の代表的個人により構成される交換経済について考えよう。Endowment d_t の成長率 λ_t は次の Markov Process に従う。

$$\text{Prob}[\lambda_{t+1} = \bar{\lambda}_j | \lambda_t = \bar{\lambda}_i] = P_{ij}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ただし、 $\bar{\lambda}_1 = 0.99$, $\bar{\lambda}_2 = 1.02$. また、 λ_t の初期値は $\lambda_0 = 1.02$ である。経済の history は $\lambda^t \equiv (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_t)$ で表せる。History λ^t の時の endowment $d_t(\lambda^t)$ は

$$d_{t+1}(\lambda^{t+1}) = \lambda_{t+1} d_t(\lambda^t), \quad d_0(\lambda^0) = 1, \quad (2)$$

に従う。History λ^t の時の消費を $c_t(\lambda^t)$ とするとき、個人の目的関数は

$$-(1/2) E_0 \sum_{t=0}^{\infty} (0.98)^t [c_t(\lambda^t)]^{-2}. \quad (3)$$

経済の feasibility は

$$d_t(\lambda^t) = c_t(\lambda^t) \text{ for all } t, \lambda^t. \quad (4)$$

(財を余す可能性は考えなくて良い。) この経済の Arrow-Debreu equilibrium (ADE) に関して以下の問いに答えよ。

1. Arrow-Debreu security の価格を $q_t^0(\lambda^t)$ とする。Arrow-Debreu security とは何か定義を示し、具体的にどのような取引がなされるのか簡潔に説明せよ。
2. 任意の history λ^t に対して $q_t^0(\lambda^t)$ を求めよ。 ($\pi_t(\lambda^t)$ を用いて良い)。
3. History $\tilde{\lambda}^2 = (\tilde{\lambda}_0, \tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2) = (1.02, 0.99, 0.99)$ に対応する Arrow-Debreu security price $q_2^0(\tilde{\lambda}^2)$ の数値解を求めよ。
4. $t = 1$ 時点で必ず 1 単位の財を受け取ることが出来るという claim (安全資産) の time-0 price の数値解を求めよ。

問題 2. Endowment が Markov process に従う交換経済での Recursive Competitive Equilibrium (RCE) を考えよう。State の遷移確率 $\pi(s'|s)$, Endowment process $y^i(s)$, Pricing kernel $Q(s'|s)$ を given として、消費者は Arrow security の売買を通じて効用最大化を行う。

1. 各消費者の各時点での Natural Debt Limit (NDL) を導出し、それがその期の state s_t にのみ依存することを示せ。以下この NDL を $\bar{A}^i(s)$ とせよ。

2. RCE は Sequential Market Equilibrium(SME) の特殊ケースであることを用いて、各消費者の各時点での消費が state s_t にのみ依存することを説明せよ。
3. 消費が s_t にのみよると言うことは、それ以前の期に低収入が続いたか、高収入が続いたかは今期の消費に全く影響を与えないということである。これは学部のマクロ経済学で学習した消費の平準化 (e.g. ライフサイクル仮説) と矛盾するように一見思える。これが矛盾ではないことを説明せよ。
4. 消費者の効用最大化問題の Bellman equation から一階条件, BS 条件を導出し、それらより Euler equation を導け。この時点では NDL は bind しないものと仮定して良い。
5. 消費者の各期の効用関数は稲田条件を満たすとしよう。このとき、ある期の資産量 a が NDL に bind していない、つまり $a > -\bar{A}^i(s)$ であったとすると、次期に選ばれる資産量 $\hat{a}(s')$ はどの s' にたいしても NDL に bind しない、つまり $\hat{a}(s') > -\bar{A}^i(s')$ となることを証明せよ。(ヒント: $\hat{a}(s') = -\bar{A}^i(s')$ は最適な選択でないことを説明すればよい)

問題 3. テキスト章末問題の Exercise 8.4 の Part II, Exercise 8.5, Exercise 8.8, Exercise 8.13 を解きなさい